ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

"НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО"

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

отчет по лабораторной работе №1

Вариант 32

Выполнила: Шмидт А. А, Группа Р3115

Проверила:

Авксентьева Е.Ю.

Санкт-Петербург

2025

Оглавление

[Задания 3](#_Toc150126872)

[Выполнение заданий 5](#_Toc150126873)

[Вывод: 7](#_Toc150126874)

[Список литературы: 8](#_Toc150126875)

# Задания

**Цель работы**

Изучение методов обработки и статистического анализа результатов измерений

на примере заданной числовой последовательности путем оценки числовых моментов

и выявления свойств последовательности на основе корреляционного анализа, а также

аппроксимация закона распределения заданной последовательности по двум числовым

моментам случайной величины.

**Содержание отчета**

1. оценки математичес*кого ожидания, дисперсии, среднеквадратического*

*отклонения, коэффициента вариации* заданной числовой последовательности и

*доверительные интервалы* для оценки математического ожидания с

доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99, сведенные в таблицу (форма 1);

2. график (график 1) значений заданной числовой последовательности с

результатами анализа характера числовой последовательности (возрастающая,

убывающая, периодичная и т.п.);

3. результаты автокорреляционного анализа (значения коэффициентов

автокорреляции со сдвигом 1, 2, 3, …), представленные как в числовом (форма

3), так и графическом виде, с *обоснованным выводом о характере заданной*

*числовой последовательности* (можно ли ее считать случайной);

4. гистограмма распределения частот для заданной числовой последовательности

(график 2);

5. параметры, рассчитанные по двум начальным моментам и определяющие *вид*

*аппроксимирующего закона распределения* заданной случайной

последовательности (равномерный; экспоненциальный; нормированный

Эрланга; гипоэкспоненциальный; гиперэкспоненциальный);

6. *описание алгоритма (программы) формирования* аппроксимирующего закона

распределения и расчета значений всех числовых характеристик с иллюстрацией

(при защите отчета) его работоспособности;

7. выводы по результатам сравнения сгенерированной в соответствии с

полученным аппроксимирующим законом распределения последовательности

случайных величин и заданной числовой последовательности, а именно:

1. сравнения *плотности распределения* аппроксимирующего закона с

*гистограммой распределения* частот для исходной числовой

последовательности (график 3);

28. 2. расчета числовых характеристик *сгенерированной* в соответствии с

аппроксимирующим законом распределения случайной

последовательности: математического ожидания, дисперсии,

среднеквадратического отклонения, коэффициента вариации

(представленные в таблице по форме 2) и коэффициентов автокорреляции

при разных значениях сдвигов (в таблице по форме 3), а также сравнения

(в %) полученных значений со значениями, рассчитанными для *заданной*

числовой последовательности;

3. проведения *корреляционного анализа* сгенерированной в соответствии с

аппроксимирующим законом распределения последовательности

случайных величин и заданной числовой последовательности на основе

*коэффициента корреляции*.

***по каждому из перечисленных выше пунктов отчета должны быть***

***сформулированы результативные выводы и заключения****.*

# Выполнение заданий:

**Этап 1. Форма №1.** Оценки *математического ожидания*, *дисперсии*, *среднеквадратического отклонения*, *коэффициента вариации* заданной числовой последовательности и *доверительные интервалы* для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99, сведенные в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Характеристика** |  | **Количество случайных величин** | | | | |  |
|  | **10** | **20** | **50** | **100** | **200** | **300** |
| **Мат. ож.** | Знач  , | 381,3432 | 322,55 | 251,9 | 218,37 | 228,7 | 314,196 |
| % | -17,6 | 2,59 | 24,67 | 43,87 | 37,37 |
| Дов. инт. (0,9) | Знач  , | 37,12 | 48,4 | 34,62 | 21,84 | 14,23 | 18,57 |
| % | -49,9 | -61,5 | -46,36 | -14,9 | 30,47 |
| Дов. инт. (0,95) | Знач  , | 44,24 | 57,69 | 41,25 | 26,02 | 16,95 | 22,12 |
| % | -49,9 | -61,5 | -46,36 | -14,9 | 30,47 |
| Дов. инт. (0,99) | Знач  , | 58,14 | 75,69 | 54,21 | 34,2 | 22,28 | 29,08 |
| % | -49,9 | -61,5 | -46,36 | -14,9 | 30,47 |
| **Дисперсия** | Знач  , | 5095,49 | 17256,2 | 22152,8 | 17630 | 14974 | 38239,3 |
| % | 650,454695 | 121,422827 | 72,6182556 | 116,898832 | 155,371067 |
| **С. к. о.** | Знач  , | 71,3827521 | 131,414816 | 148,837431 | 132,778244 | 122,368513 | 195,548968 |
| % | 173,944282 | 48,8028315 | 31,3842668 | 47,2748558 | 59,8033375 |
| **К-т вариации** | Знач  , | 0,22892476 | 0,40742318 | 0,59069331 | 0,60802422 | 0,53503829 | 0,6223786 |
| % | 171,870371 | 52,7597422 | 5,36408506 | 2,36082408 | 16,3241249 |

% – относительные отклонения полученных значений от наилучших значений, полагая, что наилучшими (эталонными) являются значения, рассчитанные для наиболее представительной выборки из трехсот случайных величин.

**Вывод из 1 этапа:** По результатам расчета числовых характеристик и доверительных интервалов видно, что с ростом объема выборки математическое ожидание стабилизируется, доверительные интервалы сужаются, а относительные отклонения уменьшаются. Малые выборки дают менее надежные оценки, крупные — позволяют более точно определить среднее и дисперсию заданной числовой последовательности

**Этап 2. График №1.** Значений заданной числовой последовательности с результатами анализа характера числовой последовательности.

# Изображение выглядит как линия, Шрифт, снимок экрана, График Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

**Вывод из 2 этапа:** Изучив график, можно сделать вывод, что исходная последовательность не является периодической, возрастающей или убывающей.

**Этап 3 Форма 3.** Результаты автокорреляционного анализа (значения коэффициентов автокорреляции со сдвигом 1, 2, 3, …), представленные как в числовом (форма 3), так и графическом виде.



Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

**Вывод из 3 этапа:** Последовательность можно считать случайной так как данные коэффициенты указывают на то, что между числами не было выявлено ни линейной, ни циклической зависимости, нет тенденции и периодичности.

**Этап 4 График 2.** Гистограмма распределения частот для заданной числовой последовательности (график 2).

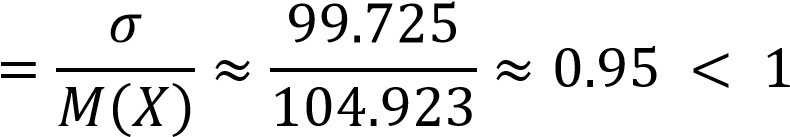
Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, диаграмма

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

**Вывод из 4 этапа:** Исходя из гистограммы мы можем видеть, что большая часть значений располагается в промежутке от 119.802 до 219.802, еще часть располагается до 319.802 и наименьшая часть значений располагается в диапазоне от 919,802 до 1019.802. Из коэффициента вариации (близок к 0,95), можно предположить, что закон распределения ЧП – экспоненциальное распределение.

**5 этап** Параметры, рассчитанные по двум начальным моментам и определяющие *вид аппроксимирующего закона распределения* заданной случайной последовательности (равномерный; экспоненциальный; нормированный Эрланга; гипоэкспоненциальный; гиперэкспоненциальный).

Для данной по варианту выборки коэффициент вариации оказался меньше единицы:

𝑣 195.54/314.19 < 1

Следовательно, в качестве аппроксимирующего закона распределения используем **распределение Эрланга**

Изображение выглядит как Шрифт, текст, типография, дизайн

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

**Вывод из 5 этапа:**

Поскольку коэффициент вариации исходной последовательности оказался меньше единицы (), аппроксимирующим законом для данной числовой последовательности является **нормированное распределение Эрланга** с указанными параметрами.

**6 этап** *Описание алгоритма (программы) формирования* аппроксимирующего закона распределения и расчета значений всех числовых характеристик с иллюстрацией (при защите отчета) его работоспособности.

**Описание:**

l = 1/x\_ср

=-LN(СЛЧИС())/0,0031 -LN(СЛЧИС())/0,0031 -LN(СЛЧИС())/0,0031

Таким образом, получаем 300 значений, образующих случайную последовательность, аппроксимирующую исходные данные экспоненциальным распределением. На основе сгенерированной последовательности можно рассчитать числовые характеристики (мат. ожидание, дисперсию, СКО, коэффициент вариации) и сравнить их с исходными результатами.

**Вывод из 6 этапа:** Нам удалось сгенерировать случайную последовательность по аппроксимирующему закону (Эрланга). Построенный алгоритм подтверждает корректность выбранной аппроксимации.

**7 этап. График 3. Форма 2.** Выводы по результатам сравнения сгенерированной в соответствии с полученным аппроксимирующим законом распределения последовательности случайных величин и заданной числовой последовательности.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Закон распределения: экспоненциальный закон*** | | | | | | |  |
| **Характеристика** |  | **Количество случайных величин** | | | | |  |
|  | **10** | **20** | **50** | **100** | **200** | **300** |
| **Мат. ож.** | Знач, | 1239,84272 | 1104,9 | 1084,08496 | 1017,0756 | 946,78437 | 960,70697 |
| % | -22,513803 | -13,050324 | -11,380841 | -5,5422261 | 1,47051432 |
| Дов. инт. (0,9) | Знач, | 270,326242 | 198,732237 | 136,973236 | 91,6928762 | 64,336237 | 53,223395 |
| % | -80,311421 | -73,21854 | -61,143216 | -41,954711 | -17,273068 |
| Дов. инт. (0,95) | Знач, | 322,113585 | 236,804067 | 163,213678 | 109,258801 | 76,6613548 | 63,4195868 |
| % | -80,311421 | -73,21854 | -61,143216 | -41,954711 | -17,273068 |
| Дов. инт. (0,99) | Знач, | 423,329009 | 311,213297 | 214,499132 | 143,590404 | 100,750098 | 83,3474653 |
| % | -80,311421 | -73,21854 | -61,143216 | -41,954711 | -17,273068 |
| **Дисперсия** | Знач, | 270098,331 | 291952,452 | 346726,412 | 310753,964 | 305975,599 | 314102,859 |
| % | 16,2920397 | 7,58699132 | -9,4090187 | 1,07766749 | 2,65617897 |
| **С. к. о.** | Знач, | 519,709853 | 540,326245 | 588,834791 | 557,453105 | 553,150612 | 560,448801 |
| % | 7,83878695 | 3,72414922 | -4,8207053 | 0,53738981 | 1,31938559 |
| **К-т вариации** | Знач, | 0,43866827 | 0,49562446 | 0,54382835 | 0,54372877 | 0,58590005 | 0,58377688 |
| % | 33,07935 | 17,7861311 | 7,34579699 | 7,36545679 | -0,3623774 |

Математическое ожидание отличается от математического ожидания исходной выборки на величину, не превосходящую доверительные интервалы. Это говорит о том, что аппроксимация выполнена качественно.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, График, диаграмма

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

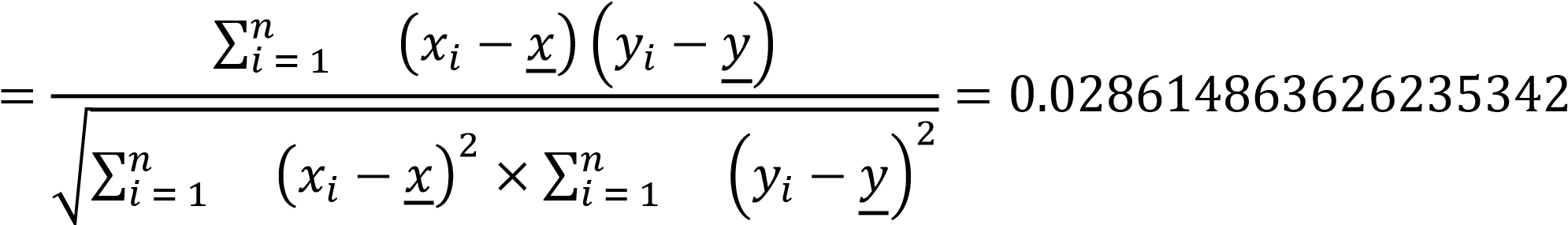
При сравнении полученных гистограмм видно, что полученная нами последовательность похожа на исходную. Тем самым, мы доказали, что выбранная нами аппроксимация подходит.

Изображение выглядит как линия, График, Шрифт, диаграмма

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

Коэффициенты автокорреляции сгенерированной последовательности также близки к нулю.

**Коэффициент корреляции между двумя числовыми последовательностями:**

𝑟  -0.04

коэффициент корреляции между исходной и сгенерированной последовательностями незначителен (r ≈ -0.04), что подтверждает отсутствие линейной зависимости и случайный характер данных.

**Вывод из 7 этапа:** Экспоненциальный закон достаточно хорошо аппроксимирует исходные данные: коэффициент вариации совпадает (0.62 и 0.58), числовые характеристики близки по величинам. Небольшое занижение мат. ожидания и СКО не влияет на общую адекватность модели.

# Вывод:

В ходе лабораторной работы была исследована заданная числовая последовательность. На первом этапе были рассчитаны числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации) и доверительные интервалы при различных уровнях значимости. Показано, что с ростом объёма выборки оценки становятся более устойчивыми, а интервалы сужаются.

Построенный график исходной последовательности не выявил ни возрастающей, ни убывающей тенденции, ни признаков периодичности. Результаты автокорреляционного анализа показали, что коэффициенты автокорреляции находятся вблизи нуля, следовательно, последовательность можно считать случайной. По гистограмме распределения и значению коэффициента вариации (v ≈ 0.62 < 1) было сделано заключение, что аппроксимирующим законом распределения является закон Эрланга. Параметр λ рассчитан через математическое ожидание и составил λ ≈ 0.0031.

С помощью Excel была сгенерирована новая последовательность по распределению Эрланга с использованием метода обратного преобразования. Для сгенерированных данных были рассчитаны числовые характеристики и построена гистограмма. Сравнение показало, что математическое ожидание, дисперсия и коэффициент вариации полученной выборки близки к характеристикам исходной последовательности, а различия не выходят за пределы доверительных интервалов.

Коэффициенты автокорреляции сгенерированной последовательности также близки к нулю, коэффициент корреляции между исходной и сгенерированной последовательностями незначителен (r ≈ -0.04), что подтверждает отсутствие линейной зависимости и случайный характер данных.

Таким образом, можно сделать вывод, что выбранный аппроксимирующий закон (экспоненциальный) адекватно описывает поведение заданной числовой последовательности и позволяет моделировать её с достаточной степенью точности.